平方根 完全攻略ガイド

中学3年 数学 — √ がわからない人、ここから始めよう！

もくじ

1. 「2乗」のおさらい
2. 平方根ってなに？（√ の正体）
3. ルートの値を覚えよう
4. √ を簡単にする方法
5. √ の計算（かけ算・割り算）
6. √ の計算（たし算・ひき算）
7. 有理化（分母から √ を消す）
8. ± ってなに？
9. 確認テスト

1 「2乗」のおさらい

2乗（にじょう）とは？

同じ数を2回かけること！

式	読み方	計算	答え
3^2	3の2乗	3 × 3	**9**
5^2	5の2乗	5 × 5	**25**
$(-4)^2$	−4の2乗	(−4) × (−4)	**16**
0.5^2	0.5の2乗	0.5 × 0.5	**0.25**

なんで「2乗」が大事？

面積を考えてみよう。1辺が3cmの正方形の面積は？

3 × 3 = 9 cm²

2乗は「正方形の面積を求める計算」と同じなんだ！

マイナスの2乗に注意！

$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = +9$ （マイナス×マイナス＝プラス！）

つまり **2乗すると必ずプラスになる**（0以上になる）

覚えておくべき2乗の表：

数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2乗	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144

↑ この表は丸暗記！これが平方根のすべての土台！

② 平方根ってなに？

2乗して a になる数 → それが a の平方根！

つまりこういうこと

「2乗」の**逆**をやるのが「平方根」！

2乗: 3 → 3×3 → **9**（「3を2乗したら9」）
平方根: 9 → **?×?=9** → **3**（「9の平方根は3」）

つまり **「どの数を2乗したら9になる？」→「3！」**

超重要！平方根は2つある！

「2乗して9になる数は？」と聞かれたら…

$3^2 = 9$ → 3は9の平方根 ◎
$(-3)^2 = 9$ → −3も9の平方根 ◎

答えは **3 と −3 の2つ！**

√（ルート）記号の登場

√ とは？

√a = 「2乗して a になる数のうち、プラスの方」

$\sqrt{9} = 3$（プラスの方だけ！）
$-\sqrt{9} = -3$（マイナスの方）
$\pm\sqrt{9} = \pm 3$（両方まとめて書く）

イメージ図

2乗の世界		平方根の世界
$3^2 = 9$	⟷	$\sqrt{9} = 3$
$5^2 = 25$	⟷	$\sqrt{25} = 5$
$7^2 = 49$	⟷	$\sqrt{49} = 7$

2乗と平方根は「行き」と「帰り」の関係！

次の値を求めよう

問題	考え方	答え
$\sqrt{16}$	$4^2=16$ だから	**4**
$\sqrt{64}$	$8^2=64$ だから	**8**
$\sqrt{100}$	$10^2=100$ だから	**10**
$\sqrt{1}$	$1^2=1$ だから	**1**
$\sqrt{144}$	$12^2=144$ だから	**12**

√ のまま残す場合

ポイント

√ の中がキレイな2乗にならない場合は、**√ をつけたまま答える**！

$\sqrt{2} \approx 1.414...$（割り切れない！） → **$\sqrt{2}$ のまま答える**
$\sqrt{3} \approx 1.732...$（割り切れない！） → **$\sqrt{3}$ のまま答える**
$\sqrt{5} \approx 2.236...$（割り切れない！） → **$\sqrt{5}$ のまま答える**

覚え方（語呂合わせ）

$\sqrt{2} = 1.41421356...$ →「**ひとよひとよにひとみごろ**」（一夜一夜に人見頃）
$\sqrt{3} = 1.7320508...$ →「**ひとなみにおごれや**」（人並みにおごれや）
$\sqrt{5} = 2.2360679...$ →「**ふじさんろくおうむなく**」（富士山麓オウム鳴く）

3 √ の中を見て判断しよう

√ の中がどんな数？

√ の中	どうなる？	例
ぴったり2乗の数	整数になる！√ が消える	$\sqrt{36} = 6$
2乗 × 何か	一部が外に出る（簡単にできる）	$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
それ以外	そのまま √ で答える	$\sqrt{7}$ はそのまま

4 √ を簡単にする方法

$$\sqrt{(a^2 \times b)} = a\sqrt{b}$$

なんでこうなるの？

$\sqrt{12}$ を考えよう。$12 = 4 \times 3 = 2^2 \times 3$

$\sqrt{12} = \sqrt{(2^2 \times 3)} = \sqrt{(2^2)} \times \sqrt{3} = 2 \times \sqrt{3} = \mathbf{2\sqrt{3}}$

つまり「**√ の中から2乗を見つけて外に出す**」のがコツ！

例題: $\sqrt{48}$ を簡単にしよう

1. 48の中に2乗が隠れてないか探す
2. $48 = 16 \times 3 = 4^2 \times 3$
3. $\sqrt{48} = \sqrt{(4^2 \times 3)} = 4\sqrt{3}$

$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

2乗を見つける手順

やり方: 素因数分解する！

2でどんどん割る → 割れなくなったら3で → 5で…

例題: $\sqrt{72}$ を簡単にしよう

1. 素因数分解: $72 = 2 \times 36 = 2 \times 2 \times 18 = 2 \times 2 \times 2 \times 9 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$
2. ペアを探す: $\mathbf{2\times2} \times 2 \times \mathbf{3\times3}$
3. ペア（2乗）を外に出す: $2 \times 3 = 6$ が外に出る、2が残る
4. $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

速いやり方（慣れてきたら）

「一番大きい2乗で割る」方法もある！

$72 \div \mathbf{36} = 2 \rightarrow \sqrt{72} = \sqrt{(36\times2)} = 6\sqrt{2}$

2乗の数を覚えていれば一発！

4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144...

よく出る変換表

元の形	分解	簡単にした形
$\sqrt{8}$	4×2	$2\sqrt{2}$
$\sqrt{12}$	4×3	$2\sqrt{3}$
$\sqrt{18}$	9×2	$3\sqrt{2}$
$\sqrt{20}$	4×5	$2\sqrt{5}$
$\sqrt{27}$	9×3	$3\sqrt{3}$
$\sqrt{32}$	16×2	$4\sqrt{2}$
$\sqrt{45}$	9×5	$3\sqrt{5}$
$\sqrt{48}$	16×3	$4\sqrt{3}$
$\sqrt{50}$	25×2	$5\sqrt{2}$
$\sqrt{72}$	36×2	$6\sqrt{2}$
$\sqrt{75}$	25×3	$5\sqrt{3}$
$\sqrt{98}$	49×2	$7\sqrt{2}$

5 √ の計算（かけ算・割り算）

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{(a \times b)}$$
$$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{(a \div b)}$$

ルールはシンプル！
かけ算・割り算は √ の中どうしでそのままできる！

かけ算の例

問題	計算	答え
$\sqrt{2} \times \sqrt{3}$	$\sqrt{(2 \times 3)}$	$\sqrt{6}$
$\sqrt{3} \times \sqrt{12}$	$\sqrt{(3 \times 12)} = \sqrt{36}$	6
$2\sqrt{3} \times 3\sqrt{2}$	$(2 \times 3) \times \sqrt{(3 \times 2)} = 6\sqrt{6}$	$6\sqrt{6}$
$\sqrt{5} \times \sqrt{5}$	$\sqrt{(5 \times 5)} = \sqrt{25}$	5

超重要な性質
$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$（同じルートをかけるとルートが消える！）
例: $\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$

割り算の例

問題	計算	答え
$\sqrt{15} \div \sqrt{3}$	$\sqrt{(15 \div 3)}$	$\sqrt{5}$
$\sqrt{72} \div \sqrt{2}$	$\sqrt{(72 \div 2)} = \sqrt{36}$	6
$6\sqrt{10} \div 2\sqrt{5}$	$(6 \div 2) \times \sqrt{(10 \div 5)} = 3\sqrt{2}$	$3\sqrt{2}$

6 √ の計算（たし算・ひき算）

最大の注意点！
$\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$ ← これは大間違い！！

√ のたし算・ひき算は「**√ の中が同じもの**」しかできない！

$$a\sqrt{n} + b\sqrt{n} = (a+b)\sqrt{n}$$

（√ の中が同じなら、外の数だけ足し引きする）

文字式と同じ！

$2x + 3x = 5x$ ← xが同じだから足せる

$2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ ← √3が同じだから足せる

$2x + 3y$ = そのまま ← 文字が違うから足せない

$2\sqrt{3} + 3\sqrt{5}$ = そのまま ← √ の中が違うから足せない

例題

問題	答え	説明
$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$	$8\sqrt{2}$	√2が同じ → 3+5=8
$7\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$	$5\sqrt{5}$	√5が同じ → 7−2=5
$\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$	$5\sqrt{3}$	$1\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

√ を簡単にしてから足す

例題: $\sqrt{12} + \sqrt{27}$

1. まず簡単にする: $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$, $\sqrt{27} = 3\sqrt{3}$
2. $\sqrt{3}$ が同じだから足せる: $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

例題: $\sqrt{50} - \sqrt{18} + \sqrt{8}$

1. 簡単にする: $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
2. 全部 $\sqrt{2}$ だ！: $5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

7 有理化（分母から √ を消す）

ルール

答えの**分母に √ があってはダメ**！

→ 分母と分子に同じ √ をかけて消す ＝ **有理化**

$$a / \sqrt{b} = (a \times \sqrt{b}) / (\sqrt{b} \times \sqrt{b}) = a\sqrt{b} / b$$

例題: $6 / \sqrt{3}$

1. 分母と分子に $\sqrt{3}$ をかける
2. $= (6 \times \sqrt{3}) / (\sqrt{3} \times \sqrt{3}) = 6\sqrt{3} / 3$
3. 約分: $2\sqrt{3}$

例題: $10 / \sqrt{5}$

1. 分母と分子に $\sqrt{5}$ をかける: $(10\sqrt{5}) / (\sqrt{5} \times \sqrt{5}) = 10\sqrt{5} / 5$
2. 約分: $2\sqrt{5}$

なぜ有理化するの？

$\sqrt{3} \approx 1.732...$ で「$3 \div 1.732...$」を計算するより

「$3\sqrt{3} \div 3 = \sqrt{3} \approx 1.732$」の方が楽だから！

8 ±（プラスマイナス）ってなに？

± は「2つの答え」を1行で書く記号！

$x = \pm 3$ は **$x=3$ と $x=-3$** の2つを同時に表している！

$x = 2 \pm \sqrt{5}$ は **$x=2+\sqrt{5}$ と $x=2-\sqrt{5}$** の2つ！

なぜ ± が出てくるの？

$x^2 = 9$ を解くと...

$3^2 = 9$ → x=3 はOK
$(-3)^2 = 9$ → x=−3 もOK

2乗するとプラスもマイナスも同じ結果になるから、**両方答え**になる！
これを短く書くと $x = \pm 3$

二次方程式で ± を忘れると…
$x^2=49$ の答えを「x=7」だけにすると**半分しか正解じゃない**！
必ず **x=±7**（x=7 と x=−7）と書こう！

9 確認テスト

レベル1: 基本

	問題	答え
(1)	$\sqrt{25} = ?$	
(2)	$\sqrt{81} = ?$	
(3)	$\sqrt{121} = ?$	
(4)	2乗して49になる数は？（±で）	
(5)	2乗して100になる数は？（±で）	

答え: (1) 5 (2) 9 (3) 11 (4) ±7 (5) ±10

レベル2: √ を簡単にする

	問題	答え
(1)	$\sqrt{8} = ?$	
(2)	$\sqrt{18} = ?$	
(3)	$\sqrt{45} = ?$	
(4)	$\sqrt{75} = ?$	
(5)	$\sqrt{200} = ?$	

答え: (1) $2\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) $3\sqrt{5}$ (4) $5\sqrt{3}$ (5) $10\sqrt{2}$

レベル3: 計算

	問題	答え

(1)	$\sqrt{2} \times \sqrt{8} = ?$	
(2)	$\sqrt{3} \times \sqrt{27} = ?$	
(3)	$3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = ?$	
(4)	$\sqrt{12} + \sqrt{48} = ?$	
(5)	$6 / \sqrt{2} = ?$（有理化）	

答え: (1) 4 (2) 9 (3) $8\sqrt{2}$ (4) $6\sqrt{3}$ (5) $3\sqrt{2}$

まとめ

2乗: 同じ数を2回かける（$3^2=9$）

平方根: 2乗の逆（$\sqrt{9}=3$）

$\sqrt{}$を簡単にする: 中の2乗を外に出す（$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$）

かけ算・割り算: $\sqrt{}$ の中同士でやる

たし算・ひき算: $\sqrt{}$ の中が同じ時だけ

±: プラスとマイナス両方の答えがある

この6つがわかれば、二次方程式も怖くない！